

Analisis Efektivitas Metode Branch And Bound Dalam Penyelesaian Masalah Knapsack

Mikhael Evangelis Purba¹, Riski J.E Ginting²

¹ Program Studi teknik informatika, STMIK Pelita Nusantara (email: mikhaelpurba513@gmail.com)

² Program Studi teknik informatika, STMIK Pelita Nusantara (email: riski@gmail.com)

[Diserahkan: 20 Desember 2024, Direvisi: 27 Desember 2024, Diterima: 9 Januari 2025]

Corresponding Author: Mikhael Evangelis Purba (email: mikhaelpurba513@gmail.com)



Kata Kunci: Branch and Bound, Cutting Plane, Pure Integer Linear Programming

JUSINFO: Jurnal Sains dan Informatika is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0).

Abstrak : Integer Linear Programming adalah sebuah model matematis yang memungkinkan hasil penyelesaian kasus pada Pemrograman Linier berupa bilangan bulat. Masalah integer linear programming termasuk salah satu bagian riset operasi yang sangat penting karena dalam kehidupan sehari-hari, ada banyak permasalahan pemrograman linear yang mengharuskan solusinya integer. Ada beberapa metode untuk menyelesaikan persoalan Integer programming, tapi yang akan dibahas pada penelitian ini adalah Metode Branch and Bound dan Metode Gomory Cut. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan solusi masalah Integer Linear Programming dan membandingkan hasil yang diperoleh dari Metode Branch and Bound dengan Metode Gomory Cut. Penelitian ini adalah penelitian kepustakaan yang menggunakan berbagai literatur-literatur yang berkaitan dengan topik yang akan diteliti. Pencarian solusi untuk model ini dilakukan dengan algoritma Branch and Bound. Berdasarkan hasil perhitungan menggunakan software QM for Windows, diketahui bahwa penentuan jumlah produksi dengan menggunakan algoritma branch and bound memberikan penyelesaian masalah knapsack dengan metode branch and bound dan enumerasi implisit. Kita juga akan dapat melihat metode mana yang paling efektif untuk menyelesaikan suatu masalah knapsack.

PENDAHULUAN

perusahaan seringkali mengalami kekurangan dan kelebihan produksi yang menyebabkan perusahaan tidak dapat mencapai laba maksimum. Metode yang dia gunakan dalam menghitung unit produksi untuk mencapai laba maksimum adalah Metode Branch and Bound. Dalam penelitiannya beliau menyelesaikan suatu permasalahan yang melibatkan banyak variabel dan fungsi kendala. Dengan demikian dibutuhkan waktu yang lama untuk menemukan solusi optimal. perencanaan pure integer linear programming. Algoritma Branch and Bound cukup efektif digunakan pada permasalahan pure integer linear programming dengan variabel keputusan yang berjumlah sedikit. Pada penelitian ini dengan menggunakan algoritma Branch and Bound efektif dan sederhana untuk menyelesaikan model program integer.

TINJAUAN LITERATUR

Program linier adalah suatu teknik penyelesaian optimal atas suatu masalah keputusan dengan cara menentukan terlebih dahulu fungsi tujuan (memaksimumkan atau meminimumkan) dari kendala-kendala yang

ada dalam persamaan linier. Program linier sering digunakan dalam menyelesaikan masalah alokasi sumber daya. Suatu permasalahan program linier menginginkan nilai variabel keputusannya berupa integer, agar jawaban persoalan menjadi realistik. Integer Linear programming merupakan suatu model program linier yang khusus digunakan untuk menyesuaikan suatu masalah dimana nilai variabel-variabel keputusan dalam penyelesaian optimal haruslah merupakan bilangan integer (bilangan bulat). Integer Linear Programming dapat diselesaikan dengan banyak cara, antara lain dengan menggunakan grafik, eliminasi, substitusi dan lain-lain. Salah satu cara yang cukup efektif untuk menyelesaikan program integer adalah dengan mengaplikasikan algoritma Branch and Bound.

Program integer adalah suatu kasus khusus dari program linier di mana semua (atau beberapa) variabel dibatasi sebagai bilangan cacah tak negatif. Metode Branch and Bound merupakan salah satu metode untuk menghasilkan penyelesaian optimal program linier yang menghasilkan variabel variabel keputusan bilangan bulat. Sesuai dengan namanya, metode ini membatasi penyelesaian optimum yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing-masing variabel keputusan yang bernilai pecahan agar bernilai bilangan bulat sehingga setiap pembatasan akan menghasilkan cabang baru. Metode ini membatasi penyelesaian optimal yang akan menghasilkan bilangan pecahan dengan cara membuat cabang atas dan bawah bagi masing masing variable keputusan yang bernilai pecahan agar benilai bilangan bulat sehingga setiap pembatasan menghasilkan cabang baru dan membentuk sebuah pohon pencarian. Gomory Cut dalam menentukan solusi optimal terhadap permasalahan yang berkaitan dengan Integer Linear Programming. Misalkan sebuah perusahaan PT. Lightning merakit 3 jenis senter.

- ❖ Simpul hidup yang menjadi simpul-E(xpand) ialah simpul yang mempunyai nilai cost terkecil (least cost search)◊ salah satu jenis aturan
- ❖ Untuk setiap simpul X, nilai batas ini dapat berupa:
 1. jumlah simpul dalam upapohon X yang perlu dibangkitkan sebelum simpul solusi ditemukan
 2. panjang lintasan dari simpul X ke simpul solusi terdekat (dalam upapohon X ybs) ◊ misal ini yang dipilih untuk persoalan 4-rata

METODE PENELITIAN

Simpul-Expand	Simpul Hidup
1	3,4,2,5
3	11,4,2,5,9,10
11	22,4,2,5,9,10,23
22	30,4,2,5,9,10,23
30	Solusi ketemu

HASIL PENELITIAN

Sebuah masalah pemrograman linear bilangan bulat murni yang membutuhkan penyelesaian dalam bilangan bulat. Penyelesaian akan dilakukan dengan menggunakan metode branch and bound.

Maksimumkan : $Z = 720 X_1 + 687 X_2 + 650 X_3 + 660 X_4$

Kendala Bilangan Pecahan: $1,5 X_1 + 1,5 X_2 + 1,5 X_3 + 1,5 X_4 \leq 6007,5$

$$0,065 X_1 + 0,065 X_2 + 0,065 X_3 + 0,065 X_4 \leq 239,3$$

$$\begin{aligned}0,06 X_1 &\leq 97 \\0,08 X_2 &\leq 71 \\0,19 X_3 &\leq 83 \\0,125 X_4 &\leq 75,75 \\0,05 X_4 &\leq 34,5 \\0,1 X_4 &\leq 62 \\x_j &\geq 0, \text{ untuk } j = 1, 2, 3, \dots, 8\end{aligned}$$

Kendala Bilangan Bulat: $15 X_1 + 15 X_2 + 15 X_3 + 15 X_4 \leq 60075$

$65 X_1 + 65 X_2 + 65 X_3 + 65 X_4 \leq 239300$

$$\begin{aligned}6 X_1 &\leq 9700 \\8 X_2 &\leq 7100 \\19 X_3 &\leq 8300 \\125 X_4 &\leq 75750 \\5 X_4 &\leq 3450 X_4 \leq 620\end{aligned}$$

$x_j \geq 0$, untuk $j = 1, 2, 3, \dots, 8$

x_j bilangan bulat untuk $j = 1, 2, 3, \dots, 8$

Program linear tersebut akan diselesaikan dengan metode simpleks, dan untuk iterasi keseluruhannya bisa dilihat dalam daftar lampiran. Sehingga hasil dari metode simpleks tersebut adalah:

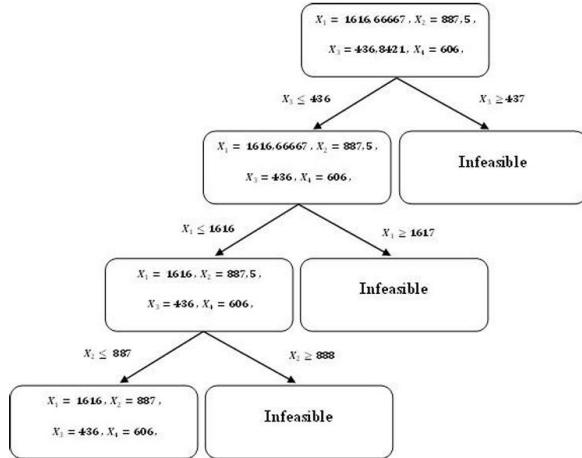
$$X_1 = 1616,66667, X_2 = 887,5, X_3 = 436,8421, X_4 = 606 \text{ dengan } Z = 2457619,868$$

Dikarenakan program linear ini mempunyai penyelesaian layak dan penyelesaian optimal ini mempunyai nilai yang bukan bilangan bulat, maka masalah akan dilakukan proses pembatasan (bounding), diperoleh batas atas (BA) sama dengan 2457619,868 dan batas bawah (BB) sama dengan 2456249 dan untuk pencabangan (branch) dilakukan pada variabel yang memiliki nilai pecahan terbesar yaitu $X_3 = 436,8421$. Dengan pencabangan dari semua simpul (semua penyelesaian layak) dan dengan peubah pencabangan ini maka akan membuat dua submasalah.

Untuk submasalah 1 yaitu $X_3 \leq 436$ dan untuk submasalah 2 $X_3 \geq 437$ sehingga diperoleh:

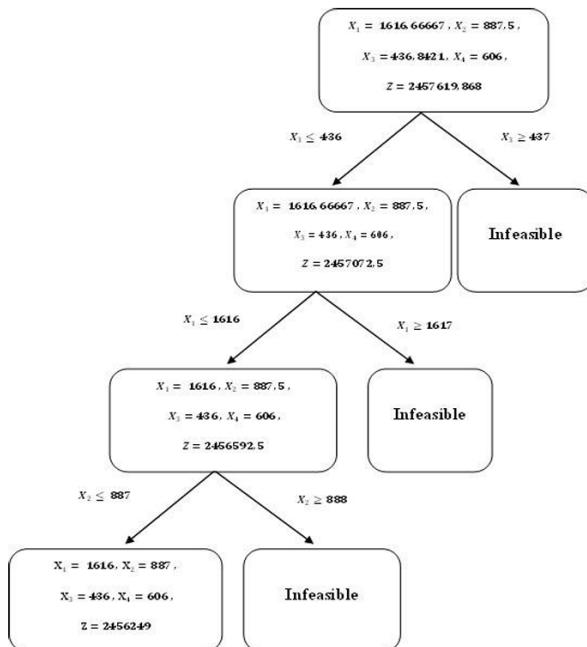
$$X_1 = 1616,66667, X_2 = 887,5, X_3 = 436, X_4 = 606, \text{ dengan } Z = 2457072,5$$

Untuk Submasalah 2 tidak mempunyai penyelesaian yang layak (infeasible) karena nilai solusi (nilai kanan) ada yang bernilai negatif.



Gambar 1. Pencabangan Pada Metode Branch And Bound Dengan Koefisien Variabel Kendala Bilangan Pecahan

Berikut hasil ringkasan semua hasil pencarian solusi dapat digambarkan dalam diagram 2 untuk kendala bilangan bulat sebagai berikut:



Pada Berdasarkan permasalahan yang telah diuraikan tersebut, dengan variabel kendala pecahan dan variabel kendala bilangan bulat yang diselesaikan dengan metode simpleks diperoleh hasil yang berbeda untuk variabel basis pada variabel keputusannya, namun hasil bilangan bulat pada varibel keputusan dan solusi optimum memiliki nilai yang sama yaitu:

$$X1 = 1616, X2 = 887, X3 = 436, X4 = 606, \text{ dengan } Z = 2456249$$

Oleh karena itu metode branch and bound dapat digunakan untuk menghasilkan solusi optimal pada permasalahan pure integer linear programming dengan variabel kendala bilangan pecahan maupun variabel kendala bilangan bulat.

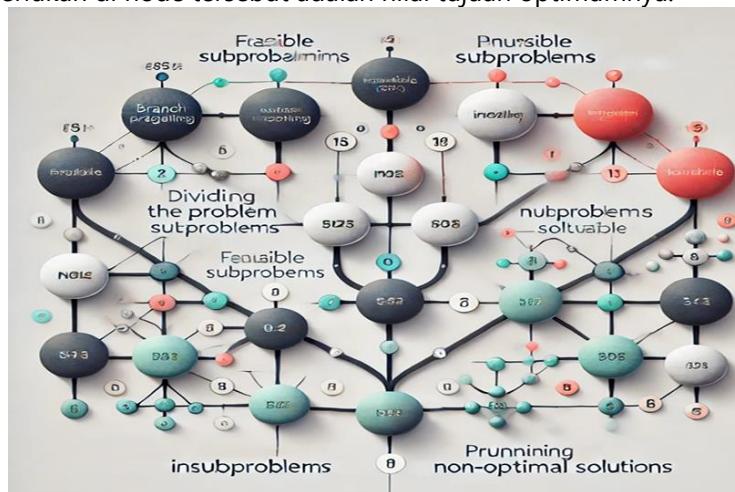
PEMBAHASAN

1. Penelitian Kajian Liteatur

Penelitian ini merupakan suatu masalah knapsack. Pertama, kita akan mengerjakan dengan metode branch and bound. Langkah mengerjakan dengan metode ini adalah kita tentukan peringkat dari item yang tersedia. Item dengan peringkat tertinggi adalah yang kita pilih pertama, item dengan peringkat kedua adalah yang kita pilih kedua, dan seterusnya. Untuk item yang dipilih, $x_i = 1$ dan untuk item yang tidak dipilih, $x_i = 0$. Jika dalam pemilihan item, item melebihi batas kendala yang diberikan, maka bagi sisanya dari item tersebut dengan koefisien dari item yang dipilih. Dalam membagi sisanya item dengan koefisien item yang dipilih, kita akan peroleh bentuk $\frac{a}{b}$ dimana ini merupakan bentuk pecahan dan b bukan 0 atau 1. Sehingga, nilai inilah yang akan kita cabangkan sedemikian rupa sehingga diperoleh nilai x_j yaitu 0 atau 1.

2. Metode Branch And Bound Menurut Program Integer

Metode Branch and Bound diharapkan dapat menyelesaikan suatu problem program integer dengan penyelesaian optimal yang lebih teliti dan lebih baik dari metode lain. Metode ini biasanya menghasilkan lebih dari satu solusi optimal, sehingga baik penulis maupun pemimpin industri dapat membandingkan manakah yang merupakan solusi yang paling optimal diantara solusi-solusi yang dihasilkan tersebut. Metode branch and bound efisien digunakan untuk permasalahan integer programming dalam mencari solusi optimal. Dan menurut penelitian yang telah dilakukan dengan menggunakan metode branch and bound dalam pengoptimalan diperoleh hasil kapasitas pengalokasian produk yang optimal sehingga dengan penerapan metode branch and bound tersebut diperoleh juga keuntungan yang lebih besar. Adapun kelemahan dari metode Branch and Bound ini adalah prosedur dari metode ini sangat panjang karena metode ini mengharuskan pemecahan program linier yang lengkap pada setiap node. Dalam masalah yang besar, metode ini tidaklah efisien karena metode Branch and Bound hanya focus pada solusi yang masih bernilai pecahan dan harus mencabangkan solusi yang masih bernilai pecahan ke dalam sub permasalahan baru sehingga membutuhkan waktu yang lama, terutama ketika satu-satunya informasi yang diperlukan di node tersebut adalah nilai tujuan optimumnya.



3. Perbandingan Metode Branch and Bound dan Enumerasi Implisit dalam Menyelesaikan Masalah Knapsack

Penelitian membandingkan efektivitas dua metode penyelesaian masalah knapsack, yaitu metode Branch and Bound dan Enumerasi Implisit. Hasilnya menunjukkan bahwa kedua metode menghasilkan solusi yang sama, tetapi metode Branch and Bound dianggap lebih efektif. Hal ini

karena metode tersebut tidak memerlukan langkah tambahan seperti tabel pengecekan kelayakan yang diperlukan oleh Enumerasi Implisit. Peneliti menyarankan agar metode lain, seperti algoritma greedy, digunakan dalam penelitian selanjutnya untuk membandingkan efektivitasnya

Langkah-langkah dalam menyelesaikan persoalan dengan menggunakan metode Branch and Bound adalah sebagai berikut:

1. Menyelesaikan persoalan Program Linier dengan metode simpleks tanpa batasan integer.
2. Memeriksa solusi optimalnya. Jika variabel basis yang diharapkan bernilai integer, maka solusi optimal telah tercapai. Tetapi jika tidak bernilai integer, maka lanjutkan langkah
3. Memilih variabel yang mempunyai nilai pecahan terbesar (artinya bilangan desimal terbesar) dari masing-masing variabel untuk dijadikan percabangan ke dalam sub-masalah. Ciptakan dua batasan baru untuk variabel ini, dengan batasan dan batasan.
4. Menjadikan solusi pada penyelesaian langkah 1 sebagai batas atas dan untuk batas bawahnya merupakan solusi yang variabel keputusannya telah dibulatkan.
5. Menyelesaikan model program linier dengan batasan baru yang ditambahkan pada setiap sub masalah.

Penulis menggunakan metode kajian pustaka (studi literatur), yaitu penelitian yang bertujuan untuk mengumpulkan data dan informasi dengan bantuan bermacam-macam material yang terdapat di perpustakaan ataupun internet, seperti: buku-buku, jurnal, dokumentasi, catatan, dan juga internet yang mendukung untuk penelitian ini. Penelitian ini dibuat berdasarkan studi literatur dan disusun atas kerangka pemikiran yang meliputi:

1. Pengumpulan jurnal dan buku referensi Tahap ini dimulai dengan studi kepustakaan yaitu mengumpulkan bahan referensi, mempelajari serta menggali informasi baik dari buku, artikel, paper, jurnal, makalah, maupun situs internet mengenai metode Branch and Bound dan Cutting Plane.
2. Menganalisis karakteristik dan penggunaan metode Branch and Bound dan metode Cutting Plane.
3. Penerapan dalam penyelesaikan contoh kasus dengan metode Branch and Bound dan Cutting Plane yang memiliki variabel lebih banyak yaitu 4 variabel.
4. Menganalisis penyelesaian pure integer linear programming pada masalah koefisien variabel kendala bilangan pecahan dan bilangan bulat dengan metode Branch and Bound dan Cutting Plane.
5. Membahas hasil penyelesaian metode Branch and Bound dan Cutting Plane.
6. Membuat kesimpulan dan saran.

KESIMPULAN

- Metode Branch and Bound terbukti efektif dalam menemukan solusi optimal berupa bilangan bulat untuk masalah ILP, terutama ketika solusi awal dari metode simpleks masih bernilai non-integer.
- Proses optimasi menggunakan Gomory Cut memberikan alternatif yang baik namun membutuhkan perhitungan tambahan dalam proses pemotongan (cutting).
- Penggunaan software QM for Windows memudahkan perhitungan serta analisis algoritma, mempercepat proses penentuan solusi. Dari penelitian ini dapat disimpulkan bahwa metode Branch and Bound lebih sederhana dan efisien dalam menangani persoalan dengan variabel terbatas dibandingkan metode Gomory Cut, khususnya dalam konteks permasalahan produksi optimal.

REFERENCES

1. Bazaraa, M. S., Sheralli, H. D., & Shetty, C. M. (2013). Pemrograman Nonlinear: Teori dan Algoritma (Edisi ke-3). Wiley.
2. Winston, W. L. (2004). Riset Operasi: Aplikasi dan Algoritma (Edisi ke-4). Brooks/Cole.
3. Nemhauser, G. L., & Wolsey, L. A. (1988). Optimasi Integer dan Kombinatorial. Wiley.
4. Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2014). Pengantar Riset Operasi (Edisi ke-10). McGraw-Hill.
5. Korte, B., & Vygen, J. (2018). Optimasi Kombinatorial: Teori dan Algoritma (Edisi ke-6). Springer.
6. Bertsimas, D., & Tsitsiklis, J. N. (1997). Pengantar Optimasi Linier. Athena Scientific.
7. Dakin, R. J. (1965). Algoritma Pencarian Pohon untuk Masalah Pemrograman Integer Campuran. *Jurnal Komputer*, 8(3), 250–255.
8. Land, A. H., & Doig, A. G. (1960). Metode Otomatis untuk Penyelesaian Masalah Pemrograman Diskrit. *Econometrica*, 28(3), 497–520.
9. Taha, H. A. (2017). Riset Operasi: Suatu Pendekatan Kuantitatif untuk Pengambilan Keputusan (Edisi ke-10). Pearson.
10. Wolsey, L. A. (1998). Pemrograman Integer. Wiley.